

Descontos

6

Conteúdo do Capítulo

Valor nominal, taxa de juro e taxa de desconto

Desconto simples

- Desconto comercial simples
- Conversão de taxas de desconto comercial simples
- Desconto racional simples
- Desconto bancário simples

Desconto composto

- Desconto racional composto
- Desconto comercial composto

Exercícios propostos

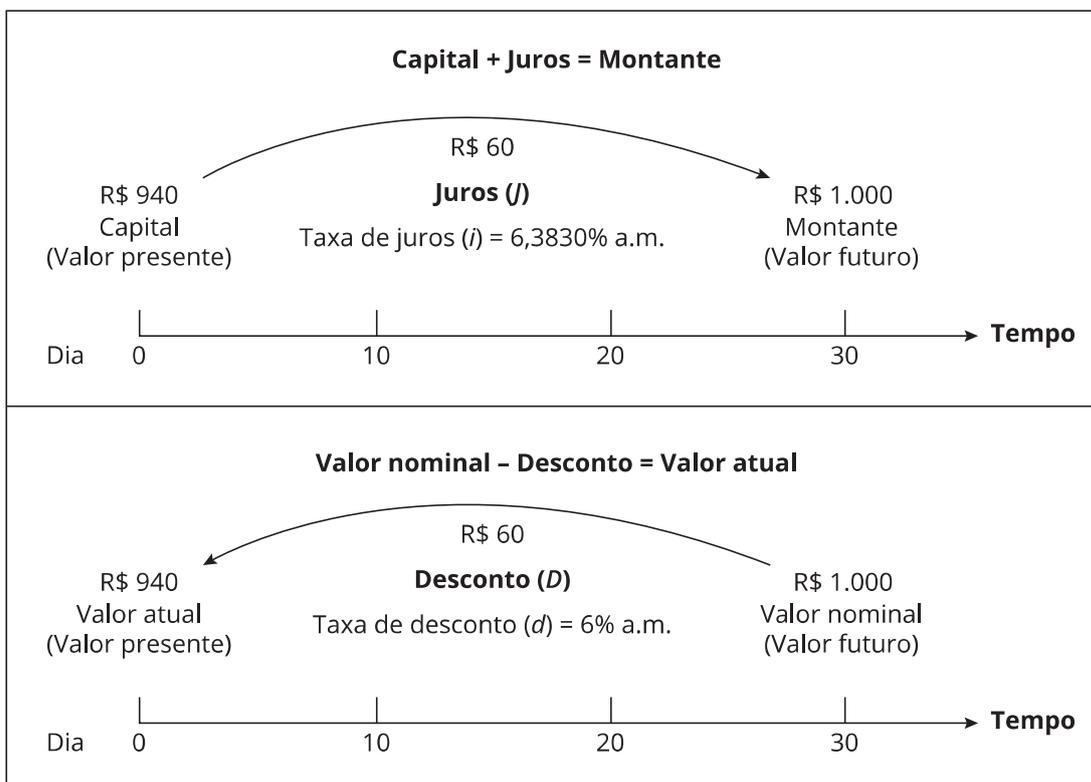
6.1 VALOR NOMINAL, TAXA DE JURO E TAXA DE DESCONTO

Descontos são operações comuns no mercado financeiro. São antecipações de recebimento de valores do futuro, tais como duplicatas, notas promissórias e letras de câmbio.

Caso seja antecipado o recebimento de uma duplicata que vence em 45 dias, por exemplo, será utilizada uma **taxa de desconto (d)** para calcular o **desconto (D)** sobre o **valor nominal (VN)** que dele será deduzido para apurar o **valor atual (VA)**.

77

O sentido do processo é o inverso do cálculo do montante, pois a “base de cálculo” está no futuro, diferentemente dos juros que são calculados sobre o valor presente, para apurar o montante. Observe essa diferença na seguinte figura.



Valor nominal é o valor do título na data de seu vencimento. É conhecido também como “valor de resgate” ou “valor de face”, pois é o valor inserido no título, válido na data do vencimento, que em operações de desconto corresponde ao valor futuro.

Observe na figura apresentada que, em termos de valores, tanto faz uma operação de empréstimo ou uma operação de desconto. O exemplo mostra que é utilizada a taxa de desconto simples (d) de 6% sobre o valor nominal (VN) de R\$ 1.000,00, que resulta em desconto (D) de R\$ 60,00 e valor atual (VA) de R\$ 940,00. De forma análoga, caso tivesse sido feita uma operação com taxa de juros simples, o valor presente (VP) seria de R\$ 940,00 com taxa de juro (i) de 6,3830%, que resultaria em valor futuro (VF) de R\$ 1.000,00.

Então:

$$VA = VN - D$$

$$VA = 1.200 - 200 = R\$ 1.000$$

6.2 DESCONTO SIMPLES

6.2.1 Desconto comercial simples

Desconto comercial simples ou **desconto comercial (D_c)** usa como base de desconto o valor nominal (valor futuro) para calcular o valor líquido (valor atual ou valor presente) por meio de juros simples. É conhecido também como desconto “por fora”, por ser calculado sobre o valor futuro.

O desconto comercial é calculado em função da taxa de desconto simples e número de períodos, como segue:

$$(Equação 6.1) \quad D_c = VN \times d \times n$$

E o **valor descontado comercial (VA_c)** é o valor nominal deduzido do desconto.

$$(Equação 6.2) \quad VA_c = VN - D_c$$

Sabendo que $VA = VN - D$, podemos escrever: $VA = VN - VN \times d \times n$. Simplificando a equação, temos a fórmula para calcular o valor descontado comercial:

$$(Equação 6.3) \quad VA_c = VN (1 - d \times n)$$

Exemplo 1:

Com base nos seguintes dados: $VN = R\$ 1.000,00$; $d = 6\%$ a.m.; $n = 1$ mês, vamos calcular passo a passo por meio das Equações 6.1 e 6.2 para observar a mecânica do desconto.

Calculando o valor descontado passo a passo

1º passo:

$$D_c = VN \times d \times n$$

$$D_c = 1.000 \times 0,06 \times 1$$

$$D_c = R\$ 60,00$$

2º passo:

$$VA_c = VN - D_c$$

$$VA_c = 1.000 - 60 = R\$ 940,00$$

Calculando o valor descontado com a equação

O cálculo passo a passo pode ser substituído pela Equação 6.3.

$$VA_c = VN (1 - d \times n)$$

$$VA_c = 1.000 (1 - 0,06 \times 1)$$

$$VA_c = 1.000 \times 0,94 = \text{R\$ } 940,00$$

Exemplo 2:

Uma duplicata no valor de R\$ 10.000,00 que vence em 45 dias foi descontada com a taxa de 2,5% a.m. Qual foi o valor líquido recebido?

$$VA_c = 10.000 (1 - 0,025 \times 45/30)$$

$$VA_c = 10.000 (1 - 0,0375)$$

$$VA_c = 10.000 \times 0,9625$$

$$VA_c = \text{R\$ } 9.625,00$$

Valor nominal de desconto comercial simples

Muitas vezes, é interessante conhecer o **valor nominal** de uma operação financeira para poder compará-la com a outra. A seguinte equação calcula o valor nominal.

$$(Equação 6.4) \quad VN = \frac{VA}{1 - d \times n}$$

Exemplo:

O banco ofereceu a uma empresa duas alternativas de empréstimos no valor de R\$ 10.000,00 por um prazo de 70 dias: (a) empréstimo com taxa de juros simples de 4,2% a.m.; e (b) desconto comercial simples com taxa de 4% a.m. Qual das duas alternativas é a melhor para a empresa?

Solução:

Podemos comparar as duas formas de empréstimos na data futura. A alternativa que oferecer menor valor futuro será a melhor para a empresa.

O empréstimo com a taxa de juros simples de 4,2% a.m. por 70 dias implica pagamento de R\$ 10.980,00 no vencimento, cujo montante foi calculado com a Equação 3.1, sabendo que $n = 70/30$.

$$(Equação 3.1) \quad M = C (1 + d \times n)$$

$$M = 10.000 \times \left[1 + \left(0,042 \times \frac{70}{30} \right) \right]$$

$$M = 10.000 \times [1 + (0,042 \times 2,333333)]$$

$$M = 10.000 \times [1 + 0,098] = \text{R\$ } 10.980,00$$

O valor nominal do título a ser descontado é calculado com a Equação 6.4.

$$VN = \frac{VA}{1 - d \times n}$$

$$VN = \frac{10.000}{1 - 0,04 \times \frac{70}{30}}$$

$$VN = \frac{10.000}{1 - 0,04 \times 2,333333}$$

$$VN = \frac{10.000}{1 - 0,093333}$$

$$VN = \frac{10.000}{0,906667} = \text{R\$ } 11.029,41$$

Conclusão: se a empresa tomar o empréstimo a juros simples de 4,2%, ela vai pagar R\$ 10.980,00 no vencimento e, se optar por desconto comercial simples à taxa de 4% a.m., terá que descontar um título que vale R\$ 11.029,41 no vencimento. Logo, a melhor alternativa é tomar o empréstimo a juros simples.

6.2.2 Conversão de taxas de desconto comercial simples

A conversão de taxa de desconto simples em taxa de juros simples e vice-versa é feita para comparar as condições de empréstimos.

Conversão de taxa de desconto simples em taxa de juros simples

A **taxa de desconto comercial simples (d)** não representa a taxa efetiva da operação financeira, pois é aplicada sobre o valor nominal. Para compará-la com a **taxa de juros (i)** do mercado, utiliza-se a seguinte equação:

(Equação 6.5)
$$i = \frac{d}{1 - d}$$

Exemplo 1:

O banco ofereceu a uma empresa duas alternativas de empréstimos por um prazo de 70 dias: (a) empréstimo com taxa de juros simples de 4,2% a.m.; e (b) desconto comercial simples com taxa de 4% a.m. Qual das duas alternativas é a melhor para a empresa?

Solução:

Apure a taxa de desconto efetiva (d_{ef}) para o prazo de 70 dias e, em seguida, calcule a taxa de juros equivalente com a Equação 6.5. O prazo é de 70 dias e a taxa de juros está expressa em período mensal. Portanto, $n = \frac{70}{30}$.

$$d_{ef} = 0,04 \times \frac{70}{30} = 0,093333 = 9,3333\%$$

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

$$i = \frac{0,093333}{1 - 0,093333}$$

$$i = \frac{0,093333}{0,906667} = 0,102941 \approx 10,29\%$$

Confirmando a taxa calculada por meio da fórmula da taxa de juros, com base nos valores presente e futuro do exemplo da subseção anterior: $\frac{11.029,41}{10.000} - 1 = 0,1029 = 10,29\%$

O empréstimo por 70 dias com taxa de juros simples de 4,2% a.m. resulta em taxa de juros efetiva de 9,8% no período.

$$i_{ef} = 0,042 \times \frac{70}{30} = 0,098 = 9,8\%$$

Conclusão: para o prazo de 70 dias, a taxa de desconto 4% a.m. equivale à taxa de juros efetiva de 10,29%. O empréstimo a juros simples de 4,2% a.m. tem a taxa de juros efetiva de 9,8% no período. Logo, a alternativa mais favorável é o empréstimo a juros simples.

Exemplo 2:

Nas mesmas condições do exemplo anterior, vamos calcular as taxas para o prazo de 32 dias.

Solução:

Vamos calcular a taxa de desconto efetiva do período e, em seguida, a taxa de juros equivalente. O prazo é de 32 dias e a taxa de juros está expressa em período mensal. Portanto, $n = \frac{32}{30}$.

$$d_{ef} = 0,04 \times \frac{32}{30} = 0,042667 \approx 4,27\%$$

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

$$i = \frac{0,042667}{1 - 0,042667}$$

$$i = \frac{0,042667}{0,957333} = 0,044569 \approx 4,46\%$$

A taxa de juros simples do empréstimo para o período de 32 dias é de 4,48%, apurada como segue:

$$i_{ef} = 0,042 \times \frac{32}{30} = 0,0448 = 4,48\%$$

Conclusão: para o prazo de 32 dias, a taxa efetiva de juros equivalente à taxa de desconto simples é de 4,46%, enquanto o empréstimo com juros simples custa 4,48%, ligeiramente superior à taxa da outra alternativa. Logo, a alternativa mais favorável para o prazo de 32 dias é o desconto. Essa inversão em relação a alternativas com prazo de 70 dias ocorre em função dos juros simples.

Conversão de taxa de juros simples em taxa de desconto simples

Fazendo o caminho inverso, pode ser comprovada a taxa de desconto que corresponde à taxa de juros, por meio da seguinte equação:

$$(Equação 6.6) \quad d = \frac{i}{1 + i}$$

Vamos aplicar a equação nos dois exemplos em que calculamos as taxas de juros.

Exemplo 1:

A taxa de desconto efetiva, de 9,33%, havia resultado em taxa de juros equivalente de 10,29% (10,2941%, para ser mais exato). Fazendo o caminho inverso com a Equação 6.6:

$$d = \frac{0,102941}{1 + 0,102941}$$

$$d = 0,093333 \approx 9,33\%$$

Conclusão: no prazo de 70 dias, a taxa de juros de 10,29% corresponde à taxa de desconto de 9,33%.

Exemplo 2:

A taxa de desconto efetiva, de 4,2667%, havia resultado em taxa de juros de 4,46% (4,4569%, para ser mais exato). Aplicando a Equação 6.6:

$$d = \frac{0,044569}{1 + 0,044569}$$

$$d = 0,042667 \approx 4,27\%$$

Conclusão: a taxa de juros de 4,46% corresponde à taxa de desconto de 4,27% para o prazo de 32 dias.

6.2.3 Desconto racional simples

O **desconto racional simples** é conhecido também como desconto “por dentro”, pois o desconto é calculado sobre o valor atual (valor presente) e não é muito comum no mercado financeiro brasileiro. Se o valor atual corresponde ao capital e o valor nominal, ao montante, o desconto racional utiliza a mesma fórmula de juros simples: $M = C \times i \times n$.

O **valor atual racional (VA_R)** é calculado com a seguinte equação:

$$(Equação 6.7) \quad VA_R = \frac{VN}{1 + d \times n}$$

Exemplo:

Uma duplicata no valor de R\$ 5.000,00 é descontada à taxa de desconto racional de 3% a.m. 35 dias antes de seu vencimento. Qual é o valor líquido a receber?

Solução:

O prazo da operação financeira é de 35 dias e a taxa de desconto está em período mensal. Portanto, $n = \frac{35}{30}$.

$$VA = \frac{5.000}{1 - 0,03 \times \frac{35}{30}}$$

$$VA = \frac{5.000}{1 + 0,03 \times 1,166667}$$

$$VA = \frac{5.000}{1 + 0,035}$$

$$VA = \text{R\$ } 4.830,92$$

6.2.4 Desconto bancário simples

O **desconto bancário simples (Db)** é uma variação do desconto comercial simples, pois utiliza a mesma fórmula deste, porém acrescida de uma **taxa de despesas administrativas (h)**, que é calculada também sobre o valor nominal. Veja a fórmula:

$$\text{(Equação 6.8)} \quad D_b = VN (d \times n + h)$$

A fórmula do **valor descontado bancário (VA_b)** pode ser deduzida como segue:

$$\text{(Equação 6.9)} \quad VA_b = VN [1 - (d \times n + h)]$$

O valor nominal é calculado com a seguinte equação:

$$\text{(Equação 6.10)} \quad VN = \frac{VA_b}{1 - (d \times n + h)}$$

Exemplo:

Uma nota promissória no valor de R\$ 5.000,00, com vencimento em 28 de maio, é descontada dois meses antes do vencimento, à taxa de desconto bancário simples de 2,5% a.m. O banco cobra uma taxa de 0,5% correspondente a despesas bancárias. Qual foi o valor líquido recebido?

$$VA_b = VN [1 - (d \times n + h)]$$

$$VA_b = 5.000 [1 - (0,025 \times 2 + 0,005)]$$

$$VA_b = 5.000 [1 - (0,05 + 0,005)]$$

$$VA_b = 5.000 [1 - 0,055]$$

$$VA_b = 5.000 \times 0,995 = R\$ 4.975,00$$

6.3 DESCONTO COMPOSTO

Os cálculos de desconto racional composto e o desconto bancário composto são realizados no regime de juros compostos.

6.3.1 Desconto racional composto

O **desconto racional composto** (D_{rc}) é um desconto “por dentro”, calculado sobre o valor atual (VA_{rc}), pelo regime de capitalização composta. Assim, temos as seguintes equações:

$$(Equação 6.11) \quad VA_{rc} = \frac{VN}{(1 + d)^n}$$

$$(Equação 6.12) \quad VN = VA_{rc} (1 + d)^n$$

Exemplo 1:

Calcule o valor atual de um título com valor nominal de R\$ 5.000,00 que vence em cinco meses, com a taxa de desconto racional composto de 3% a.m.

$$VA_{rc} = \frac{5.000}{(1 + 0,03)^5}$$

$$VA_{rc} = \frac{5.000}{1,092727} = R\$ 4.575,71$$

Exemplo 2:

Para obter disponibilidade imediata de R\$ 8.500,00, qual deve ser o valor nominal de um título que vence em 54 dias, à taxa de desconto racional composto de 2,75% a.m.?

$$VN = 8.500 (1 + 0,0275)^{1,8}$$

$$VN = 8.500 \times 1,092727 = R\$ 9.288,18$$

6.3.2 Desconto comercial composto

O **desconto comercial composto** (D_{cc}) ou desconto bancário composto é o desconto calculado sobre o valor nominal (valor futuro) exponencialmente, utilizando o mesmo conceito de juros compostos para calcular o valor atual (valor presente). O valor descontado composto é dado pela seguinte equação:

$$\text{(Equação 6.13)} \quad VA_{cc} = VN (1 - d)^n$$

Para calcular o valor nominal de um valor descontado comercial composto, pode ser utilizada a seguinte equação:

$$\text{(Equação 6.14)} \quad VN = \frac{VA_{cc}}{(1 - d)^n}$$

Exemplo 1:

Um título no valor de R\$ 1.000,00 é descontado 3 meses antes do seu vencimento com taxa de desconto comercial composto de 3% a.m. Qual foi o valor líquido recebido?

$$VA_{cc} = VN (1 - d)^n$$

$$VA_{cc} = 1.000 (1 - 0,03)^3$$

$$VA_{cc} = 1.000 (0,97)^3$$

$$VA_{cc} = 1.000 \times 0,912673 = \text{R\$ } 912,67$$

Exemplo 2:

Uma pessoa precisa de R\$ 912,67 para quitar sua dívida. Sabendo que a taxa de desconto comercial composto é de 3% a.m. e deseja trocar a dívida por um título que vence em 3 meses, qual deverá ser o valor nominal desse título?

$$VN = \frac{912,67}{(1 - 0,03)^3}$$

$$VN = \frac{912,67}{0,97^3}$$

$$VN = \frac{912,67}{0,912673} = \text{R\$ } 1.000,00$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Uma duplicata no valor de R\$ 50.000,00 que vence em 52 dias foi descontada com a taxa de desconto comercial simples de 3,2% a.m. Qual foi o valor líquido recebido?
2. Qual o valor atual de um título no valor nominal de R\$ 8.000,00 que vence em 48 dias, descontado à taxa de desconto racional simples de 2,8% a.m.?
3. Uma duplicata de R\$ 12.500,00 sofreu desconto bancário simples à taxa de 4% a.m. 62 dias antes do vencimento. Qual foi o valor creditado, sabendo que o banco cobra uma taxa de 0,25%?
4. Uma empresa pretende descontar títulos no valor total de R\$ 25.000,00 que vencem em média no prazo de 54 dias. O gerente do banco apresentou duas alternativas: (a) desconto comercial composto de 2,55% a.m.; ou (b) desconto racional composto de 2,70% a.m. Calcule o valor atual das duas alternativas e decida qual das duas é a melhor.

Confira as respostas no final do livro.